KOMPLEXNÍ ČÍSLA

1. Číselné obory

ČÍSELNÝ OBOR – množina všech čísel určitého druhu, ve které jsou definovány bez omezení operace sčítání a násobení

N… obor přirozených čísel (1, 2, 3, 4, …)

VĚTY (VLASTNOSTI):

Pro $\forall a, b, c \in N$:

(U) $a+b \in N$ $a \cdot b \in N$ (uzavřenost vzhledem k operaci ⊕ a ⊙)

(N) – $1 \cdot a = a \cdot 1 = a$ (neutralita čísla 1 vzhl. k operaci ⊙)

(K) $a+b = b+a$ $ab = ba$ (komutativnost vzhl. k ⊕ a ⊙)

(A) $a+(b+c) = (a+b)+c$ $a(bc) = (ab)c$ (asociativnost sčítání a násobení)

(D) $a(b+c) = ab + ac$ (distributivnost ⊙ vzhledem ke ⊕)

Z… obor celých čísel (…, −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3, …)

– čísla přirozená, čísla k nim opačná a nula

VĚTY: jako v N, navíc

(N) $0+a = a+0$ (neutrálnost čísla 0 vzhledem k operaci ⊕)

(I) $\forall a \in Z\ \exists!\ a' \in Z: a+a' = 0 \Rightarrow a' = 0-a = -a$ … OPAČNÝ PRVEK

(inverzní prvek vzhledem k operaci ⊕) => umožňuje zavést ODČÍTÁNÍ v Z: $a-b = a+(-b) \Rightarrow$

(U) $a-b \in Z$ (uzavřenost vzhledem k ⊖)

Q… obor racionálních čísel ($-\frac{3}{5} = -0{,}6$ $\frac{12}{3} = 4{,}0 = 4$ $\frac{1}{3} = 0{,}333\ldots = 0{,}\bar{3}$)

– čísla, která lze vyj. ve tvaru zlomku $\frac{p}{q}$, kde $p \in Z$, $q \in N$

(základní tvar zlomku: navíc p, q nesoudělná)

– lze vyj. také ve tvaru desetinného čísla (konečný desetinný rozvoj nebo nekonečný desetinný rozvoj s periodou)

VĚTY: jako v Z, navíc

(I) $\forall a \in Q - \{0\}\ \exists!\ a' \in Q: a \cdot a' = 1 \Rightarrow a' = \frac{1}{a}$ … PŘEVRÁCENÉ ČÍSLO

(! k 0 neexistuje) – inverzní prvek vzhl. k operaci ⊙ => umožňuje zavést dělení v Q:

(U) $\frac{a}{b} \in Q$ $(b \neq 0)$ (uzavřenost vzhl. k operaci ⊘ mimo dělení 0)

– lze je znáz. na číselné ose (ale nevyplňují ji zcela)

iracionální čísla (nepodílová) (π, $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{7}$, $e = 2{,}71\ldots$, $1{,}010010001\ldots$)

– čísla s nekonečným desetin. rozvojem bez periody

– lze je znáz. na čísel. ose, doplňují rac. čísla na celou čís. osu

- nejsou číselným oborem (nejsou uzavřena k žádné operaci)

$\sqrt{2}\cdot\sqrt{2} = 2 \notin$ irac. č. $\quad -\sqrt{2}+\sqrt{2} = 0 \notin$ irac. č.

$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1 \notin$ irac. č. $\quad \sqrt{2}-\sqrt{2} = 0 \notin$ irac. č.

R ... obor reálných čísel

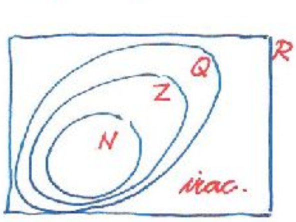
- skládá se z čísel racionálních a iracionálních
- každé reálné číslo lze na čís. ose znázornit právě 1 bodem a naopak

VĚTY : jako v Q

(U) pro $\oplus, \odot, \ominus, \oslash$ mimo 0 $\quad$ (K) pro $\oplus, \odot$ $\quad$ (N) pro $\oplus, \odot$

(A), (D), (I) => lze bez omezení $\oplus, \ominus, \odot, \oslash$ nenul. číslem - výsledkem vždy reálné číslo

$\forall a,b \in R : ab = 0 \Leftrightarrow a = 0 \vee b = 0$



$N \subset Z \subset Q \subset R$ $\quad$ irac. $\cap\, Q = \emptyset$

irac. $\subset R$ $\quad$ irac. $\cup\, Q = R$

rce v R

- lineární : $ax+b=0$ pro $a \neq 0, a \in R$ má řešení $x = -\frac{b}{a} \in R$
  ($a=0 \wedge b=0$ => nekon. mn. řeš.
  $a=0 \wedge b \neq 0$ => nemá řešení)
- vyšších stupňů : např. kvadr. rce $ax^2+bx+c=0$ ($a,b,c \in R, a \neq 0$) nemá reálný kořen pro diskriminant $D<0$ ($D = b^2-4ac$)
  => existují rce s reál. koeficienty, které nemají žádné reál. kořeny
  - ALE CO KDYŽ EXISTUJÍ - dosud nám neznámá - ČÍSLA, která jsou kořeny těchto rovnic
  (=> EXISTUJÍ a nazýváme je čísla KOMPLEXNÍ)